**Экзаменационные задания по курсу «Математическая логика»  
(IV курс, направления ПМИ, Математика).**

**Вариант № 3.**

**1)** Рассмотрим геометрическую структуру , , где – это множество точек на плоскости (унивёрс структуры), – предикат равенства, – трёхместный предикат, такой, что отношение истинно тогда и только тогда, когда точки лежат на одной прямой, причём лежит между и , – четырёхместный предикат, такой, что отношение истинно тогда и только тогда, когда (здесь обозначает евклидово расстояние между двумя точками на плоскости).

В этой структуре выразите трёхместный предикат , такой, что отношение истинно тогда и только тогда, когда (точка – вершина угла). Проиллюстрируйте решение с помощью рисунка.

**2)** Рассмотрим сигнатуру , и предложение этой сигнатуры

Выполните следующие задания и ответьте на следующие вопросы:

1. Какими символами являются ,   и   : предикатными или функциональными? Почему? (Установите это, отталкиваясь от предложения )
2. Найдите общее количество структур сигнатуры на унивёрсе из элементов.
3. Сколько всего подформул в предложении ? Сколько из них атомарных? Сколько из всех его подформул являются предложениями?
4. Применяя метод фиксирования значений переменных, найдите число моделей предложения сигнатуры на унивёрсе из элементов, напишите его долю выполнимости .
5. Приведите пример какой-нибудь конкретной модели предложения на абстрактном унивёрсе из двух элементов (если такие модели существуют). Является ли предложение выполнимой формулой? Является ли оно общезначимой формулой? Почему?
6. Не вычисляя предел доли выполнимости предложения (, объясните, выполняется ли для него закон 0-1 (воспользуйтесь формулировкой теоремы Ю. В. Глебского).

**3)** В сигнатуре , дано множество предложений (множество гипотез) и предложение (предполагаемое заключение):

, ,

.

Постройте поисковое дерево и установите, верно ли утверждение .

Если оно неверно, то постройте контрмодель к утверждению на унивёрсе из минимально возможного числа элементов.

**4)** В сигнатуре , дано предложение

Приведите это предложение к равносильному префиксному виду с наименьшим возможным числом кванторов.

**5)** В сигнатуре , дано предложение (замкнутая сингулярная формула)

Приведите это предложение к равносильному антипрефиксному виду, т.е. к булевой комбинации примарных формул.

Применяя метод Ю. В. Глебского, по найденному антипрефиксному виду вычислите предел доли выполнимости предложения (при ).

**6)** Рассмотрим теорию рациональных/действительных чисел со структурой , . В этой структуре рассмотрим предложение

Применяя метод элиминации кванторов, выясните, является ли предложение теоремой рассматриваемой теории.